

RUSSELLSCHE ANTINOMIE

EINE FREUNDLICHE EINLEITUNG

Omar Elshinawy,
Herbst 2023

ÜBERBLICK

WAS IST EINE MENGE?

MATHE BEIM FRISEUR

RUSSELLSCHE MENGE

ABSCHLIESSENDE WORTE

WAS IST EINE MENGE?

- ▶ Eine Sammlung von Dingen
- ▶ $K := \{x : x \text{ ist im Klassenzimmer}\}$ ist eine Menge
- ▶ Frau Eber $\in K$
- ▶ $A := \{x \text{ ist eine natürliche Zahl} : x \leq 5\}$
- ▶ Nenne ein $x \in A!$

WAS IST EINE MENGE?

- ▶ Eine Sammlung von Dingen
- ▶ $K := \{x : x \text{ ist im Klassenzimmer}\}$ ist eine Menge
- ▶ Frau Eber $\in K$
- ▶ $A := \{x \text{ ist eine natürliche Zahl} : x \leq 5\}$
- ▶ Nenne ein $x \in A!$

WAS IST EINE MENGE?

- ▶ Eine Sammlung von Dingen
- ▶ $K := \{x : x \text{ ist im Klassenzimmer}\}$ ist eine Menge
- ▶ Frau Eber $\in K$
- ▶ $A := \{x \text{ ist eine natürliche Zahl} : x \leq 5\}$
- ▶ Nenne ein $x \in A!$

WAS IST EINE MENGE?

- ▶ Eine Sammlung von Dingen
- ▶ $K := \{x : x \text{ ist im Klassenzimmer}\}$ ist eine Menge
- ▶ Frau Eber $\in K$
- ▶ $A := \{x \text{ ist eine natürliche Zahl} : x \leq 5\}$
- ▶ Nenne ein $x \in A!$

WAS IST EINE MENGE?

- ▶ Eine Sammlung von Dingen
- ▶ $K := \{x : x \text{ ist im Klassenzimmer}\}$ ist eine Menge
- ▶ Frau Eber $\in K$
- ▶ $A := \{x \text{ ist eine natürliche Zahl} : x \leq 5\}$
- ▶ Nenne ein $x \in A!$

RASIERE ICH MICH SELBST?

Steh auf wenn du einen Bart hast.

- ▶ Ich bin Omar
- ▶ Ich rasiere **nur** alle Männer

die sich selbst nicht rasiert!

- Soll ich mich selbst rasieren?

RASIERE ICH MICH SELBST?

Steh auf wenn du einen Bart hast.

- ▶ Ich bin Omar
- ▶ Ich rasiere **nur** alle Männer

die sich selbst nicht rasiert!

- Soll ich mich selbst rasieren?

RASIERE ICH MICH SELBST?

Steh auf wenn du einen Bart hast.

- ▶ Ich bin Omar
- ▶ Ich rasiere **nur** alle Männer

die sich selbst nicht rasiert!

- Soll ich mich selbst rasieren?

RASIERE ICH MICH SELBST?

Steh auf wenn du einen Bart hast.

- ▶ Ich bin Omar
- ▶ Ich rasiere **nur** alle Männer

die sich selbst nicht rasiert!

- Soll ich mich selbst rasieren?

RASIERE ICH MICH SELBST?

Steh auf wenn du einen Bart hast.

- ▶ Ich bin Omar
- ▶ Ich rasiere **nur** alle Männer

die sich selbst nicht rasiert!

- Soll ich mich selbst rasieren?

JA!

Ja, dann

- ▶ Omar rasiert sich selbst
- ▶ Omar rasiert **nur** Männer die sich selbst **nicht** rasiert
- ▶ \implies Omar soll sich selbst nicht rasieren.

\implies Widerspruch!

JA!

Ja, dann

- ▶ Omar rasiert sich selbst
- ▶ Omar rasiert **nur** Männer die sich selbst **nicht rasiert**
- ▶ \implies Omar soll sich selbst nicht rasieren.

\implies Widerspruch!

JA!

Ja, dann

- ▶ Omar rasiert sich selbst
- ▶ Omar rasiert **nur** Männer die sich selbst **nicht rasiert**
- ▶ \implies Omar soll sich selbst nicht rasieren.

\implies Widerspruch!

JA!

Ja, dann

- ▶ Omar rasiert sich selbst
- ▶ Omar rasiert **nur** Männer die sich selbst **nicht rasiert**
- ▶ \implies Omar soll sich selbst nicht rasieren.

\implies Widerspruch!

NEIN!

Nein, dann

- ▶ Omar rasiert sich selbst **nicht**.
- ▶ Omar rasiert **nur** Männer die sich selbst **nicht** rasiert
- ▶ \implies Omar soll sich selbst rasieren.

\implies Widerspruch!

NEIN!

Nein, dann

- ▶ Omar rasiert sich selbst **nicht**.
- ▶ Omar rasiert **nur** Männer die sich selbst **nicht rasiert**
- ▶ \implies Omar soll sich selbst rasieren.

\implies Widerspruch!

NEIN!

Nein, dann

- ▶ Omar rasiert sich selbst **nicht**.
- ▶ Omar rasiert **nur** Männer die sich selbst **nicht rasiert**
- ▶ \implies Omar soll sich selbst rasieren.

\implies Widerspruch!

NEIN!

Nein, dann

- ▶ Omar rasiert sich selbst **nicht**.
- ▶ Omar rasiert **nur** Männer die sich selbst **nicht rasiert**
- ▶ \implies Omar soll sich selbst rasieren.

\implies Widerspruch!

RUSSELLSCHE MENGE

Wir definieren die Russellsche Menge,

$$R := \{x \text{ ist eine Menge} : x \notin x\}$$

Zum Beispiel,

▶ $S = \{1\} \implies \{1\} \notin \{1\} \implies S \in R$. **Aber,**

▶ $\{1\} \in \{0, \{1\}, 2\}$

Frage: *ist $R \in R$?*

RUSSELLSCHE MENGE

Wir definieren die Russellsche Menge,

$$R := \{x \text{ ist eine Menge} : x \notin x\}$$

Zum Beispiel,

- ▶ $S = \{1\} \implies \{1\} \notin \{1\} \implies S \in R$. **Aber,**
- ▶ $\{1\} \in \{0, \{1\}, 2\}$

Frage: *ist* $R \in R$?

RUSSELLSCHE MENGE

Wir definieren die Russellsche Menge,

$$R := \{x \text{ ist eine Menge} : x \notin x\}$$

Zum Beispiel,

- ▶ $S = \{1\} \implies \{1\} \notin \{1\} \implies S \in R$. **Aber,**
- ▶ $\{1\} \in \{0, \{1\}, 2\}$

Frage: *ist $R \in R$?*

IST $R \in R$?

Nochmal,

$$R := \{x \text{ ist eine Menge} : x \notin x\}$$

- ▶ **Fall I:** $R \in R$, dann
 R ist eine Menge : $R \in R$ und das meint (per definition)
 $R \notin R$.
 - ▶ **Fall II:** $R \notin R$, dann
 R ist eine Menge : $R \notin R$ und das meint (per definition)
 $R \in R$.
- $\implies R$ ist ein Paradox. Also, *ist Mathematik kaputt (?)*

IST $R \in R$?

Nochmal,

$$R := \{x \text{ ist eine Menge} : x \notin x\}$$

► **Fall I:** $R \in R$, dann

R ist eine Menge : $R \in R$ und das meint (per definition)
 $R \notin R$.

► **Fall II:** $R \notin R$, dann

R ist eine Menge : $R \notin R$ und das meint (per definition)
 $R \in R$.

$\implies R$ ist ein Paradox. Also, *ist Mathematik kaputt (?)*

IST $R \in R$?

Nochmal,

$$R := \{x \text{ ist eine Menge} : x \notin x\}$$

- ▶ **Fall I:** $R \in R$, dann
 R ist eine Menge : $R \in R$ und das meint (per definition)
 $R \notin R$.
- ▶ **Fall II:** $R \notin R$, dann
 R ist eine Menge : $R \notin R$ und das meint (per definition)
 $R \in R$.

$\implies R$ ist ein Paradox. Also, *ist Mathematik kaputt (?)*

IST $R \in R$?

Nochmal,

$$R := \{x \text{ ist eine Menge} : x \notin x\}$$

- ▶ **Fall I:** $R \in R$, dann
 R ist eine Menge : $R \in R$ und das meint (per definition)
 $R \notin R$.
 - ▶ **Fall II:** $R \notin R$, dann
 R ist eine Menge : $R \notin R$ und das meint (per definition)
 $R \in R$.
- $\implies R$ ist ein Paradox. Also, *ist Mathematik kaputt (?)*

IST $R \in R$?

Nochmal,

$$R := \{x \text{ ist eine Menge} : x \notin x\}$$

- ▶ **Fall I:** $R \in R$, dann
 R ist eine Menge : $R \in R$ und das meint (per definition)
 $R \notin R$.
- ▶ **Fall II:** $R \notin R$, dann
 R ist eine Menge : $R \notin R$ und das meint (per definition)
 $R \in R$.

$\implies R$ ist ein Paradox. Also, *ist Mathematik kaputt (?)*

IST $R \in R$?

Nochmal,

$$R := \{x \text{ ist eine Menge} : x \notin x\}$$

- ▶ **Fall I:** $R \in R$, dann
 R ist eine Menge : $R \in R$ und das meint (per definition)
 $R \notin R$.
- ▶ **Fall II:** $R \notin R$, dann
 R ist eine Menge : $R \notin R$ und das meint (per definition)
 $R \in R$.

$\implies R$ ist ein Paradox. Also, *ist Mathematik kaputt (?)*

Ist Mathematik kaputt?

- ▶ Ein faszinierendes Ergebnis
- ▶ Kontrovers; Mengentheorie ist der Grundlage der Mathematik
- ▶ Eine Geschichte der Mathematik
- ▶ Schlussfolgerung: Mathematik ist nicht vollständig

Wirklich: Soll ich mich selbst rasieren?

Ist Mathematik kaputt?

- ▶ Ein faszinierendes Ergebnis
- ▶ Kontrovers; Mengenlehre ist der Grundlage der Mathematik
- ▶ Eine Geschichte der Mathematik
- ▶ Schlussfolgerung: Mathematik ist nicht vollständig

Wirklich: Soll ich mich selbst rasieren?

Ist Mathematik kaputt?

- ▶ Ein faszinierendes Ergebnis
- ▶ Kontrovers; Mengentheorie ist der Grundlage der Mathematik
- ▶ Eine Geschichte der Mathematik
- ▶ Schlussfolgerung: Mathematik ist nicht vollständig

Wirklich: Soll ich mich selbst rasieren?

Ist Mathematik kaputt?

- ▶ Ein faszinierendes Ergebnis
- ▶ Kontrovers; Mengenlehre ist der Grundlage der Mathematik
- ▶ Eine Geschichte der Mathematik
- ▶ Schlussfolgerung: Mathematik ist nicht vollständig

Wirklich: Soll ich mich selbst rasieren?

Ist Mathematik kaputt?

- ▶ Ein faszinierendes Ergebnis
- ▶ Kontrovers; Mengenlehre ist der Grundlage der Mathematik
- ▶ Eine Geschichte der Mathematik
- ▶ Schlussfolgerung: Mathematik ist nicht vollständig

Wirklich: Soll ich mich selbst rasieren?

Danke! Fragen?

MATHE-CLUB

- Machen wir mehr im Mathe-Club
- Samstags um 14:00
- IRC Seminar II

Bis dann!